



Algebra 2: Lösungen

1 Addition und Subtraktion

1. Vereinfache die folgenden Terme:

- a) $37x^2 + 20x$
- b) $25a + 34b + 17ab + 12$
- c) $34x + 45xy$
- d) $23x + 50y$

2. Vereinfache die folgenden Terme:

- a) $48x + 24 = 24(2x + 1)$
- b) $6x + 14y = 2(3x + 7y)$
- c) $21a + 18abc = 3(7a + 6abc)$
- d) $5x^2 + 5 = 5(x^2 + 1)$

3. Vereinfache die folgenden Terme:

- a) $-3a + 5$
- b) $x - 10y$
- c) $3ab - 5$
- d) $3g - 2h - 12$
- e) $-5k$
- f) $13u + 5v$

4. Vereinfache die folgenden Terme:

- a) $3m - 7n$
- b) $3m - 3n + 7 = 3(m - n) + 7$
- c) $-2a - 3 = -(2a + 3)$
- d) $4x^2 - x + 1$
- e) 4
- f) $-x + y$

5. Vereinfache die folgenden Terme:

- a) $-60a - 71b$
- b) $-40m^2 + 23m + 3$
- c) a
- d) 0
- e) $-20a + b + 49c - 29$
- f) $43a + 26$

2 Multiplikation

1. Berechne die folgenden Terme:

a) $6x^2 - 9x$

b) $3x^3 + 3x^2$

c) $24ab - 36$

d) $4a^2b + 8ab^2$

e) $2x^3 + 6x^2$

f) $5x^2 + 10x - 15$

g) $x^4y^2 - x^3y^2$

h) $2a^2 + ab - a$

i) $6x^3 + 6x^2 = 6(x^3 + x^2)$

j) $2a^4 - 4a^3 = 2(a^4 - 2a^3)$

2. Berechne die folgenden Terme:

a) $2x^2 - 2x = 2(x^2 - x)$

b) $2x^5 + x^4$

c) $6a^2b + 3a^2 = 3(2a^2b + a^2)$

d) $\frac{15}{2}a^3 - \frac{3}{2}a^2 = \frac{3}{2}(5a^3 - a^2)$

e) $16x^3 + 24x^2 = 8(2x^3 + 3x^2)$

f) $2x^4y - 2x^3y = 2x^3y(x - 1)$

g) $9x^3 + 27x^2y = 9x^2(x + 3y)$

h) $\frac{35}{6}a^2b^2$

i) $2x^2$

j) $\frac{11}{2}a^2$

3. Fülle die folgende Tabelle aus:

x	y	$-2x - 3y$	$x^2 - y$	$\frac{1}{2}x - 1$	$x^3 - 2y$	$\frac{4x}{y}$	$-2xy$
-2	3	-5	1	-2	-14	$-\frac{8}{3}$	12
-3	-4	18	13	-2.5	-19	3	-24

4. Berechne die folgenden Terme:

a) $x^2 + \frac{24}{5}x - 1$

b) $\frac{a^2}{4} + \frac{7a}{2} + 12$

c) $3x^4 + \frac{17}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2$

d) $4a^3 + a^2 + 3a + \frac{3}{4}$

e) $2a^2b^2 + \frac{29}{2}ab + 15$

f) $10m^2n^2 + \frac{47}{3}m^2n + m^2$

g) $\frac{11}{5}a^3 + \frac{26}{5}a^2b + 3ab^2$

h) $\frac{1}{18}x^3y^2 + \frac{1}{2}x^3y + xy + 9x$

i) $10x^2 + 17x + 6$

j) $\frac{5}{4}a^2b^2 + \frac{43}{4}abcd + 6c^2d^2$

5. Berechne die folgenden Terme:

- | | |
|--|---|
| a) $-x^2 - \frac{9}{2}x - 2$ | b) $-\frac{5}{2}x^3 - 3x^2 - 5x - 6$ |
| c) $4x^2 - 7x - 6$ | d) $7a^2 - \frac{25}{2}ab - 6b^2$ |
| e) $-3x^2 - 48x - 12$ | f) $\frac{2}{5}x^2 + \frac{11}{5}x + \frac{12}{5} = \frac{1}{5}(2x^2 + 11x + 12)$ |
| g) $3x^3 + \frac{111}{4}x^2 + \frac{255}{4}x$ | h) $x^3 + 5x^2 + \frac{13}{2}x + 1$ |
| i) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{6}xy + \frac{1}{3}y^2$ | |

6. Berechne die folgenden Terme:

- a) $16m^2 + 72n^2 + 42mn + 34m + 12$
- b) $19x^3 - 2x^2 - 5x$
- c) $-3x^3 - 10x^2 - 2x$
- d) $19a^2b^2 - 10a^2 - 14ab - 14a - 8$

7. Vereinfache die folgenden Terme:

- | | |
|-----------|-----------|
| a) a^2 | b) $-a^2$ |
| c) $-a^2$ | d) a^2 |
| e) $-a^2$ | f) $-a^4$ |

8. Vereinfache die folgenden Terme:

- | | |
|-----------|-----------|
| a) $-a^5$ | b) $-a^4$ |
| c) $-a^7$ | d) a^5 |
| e) $-a^6$ | f) a^6 |

9. Es sei $a = -2$. Berechne die folgenden Terme:

- | | |
|--------|-------|
| a) 8 | b) 16 |
| c) -16 | d) 16 |
| e) -8 | f) 8 |

10. Es sei $n \in \mathbb{N}$. Berechne und vereinfache die folgenden Terme:

- a) $1 - x$
- b) $1 - x^2$
- c) $1 - x^3$
- d) $1 - x^4$
- e) $1 - x^5$
- f) $1 - x^6$
- g) $1 - x^n$

11. Berechne die folgenden Terme:

a) $-2xy - 2 = -2(xy - 1)$

c) $2b^2 + \frac{7}{2}bc - c^2$

e) $-\frac{1}{4}u^4v^6 + 16$

b) $2g^2h^2 + 7gh + 5$

d) $u^2 - \frac{16}{3}u + 7$

12. Berechne und vereinfache die folgenden Terme:

a) $a^2 + ab + a + 2b - 2$

c) $v^3 - 5v^2 + 5v + 2$

e) $m^2n^2 + mn^2 + 3m^2n + 2m^2 - 2n^2 + 3mn$

b) $x^3 + 2y^3 + 2x^2y + xy^2 - 3x - 6y$

d) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

f) $2z^5 + 2z^4 - 13z^3 - 2z^2 + 5z + 6$

13. Berechne und vereinfache die folgenden Terme:

a) $2x^3 + 7x^2 - 10x$

b) $-12ab^2 - a^2b - 3ab$

3 Binomische und trinomische Formeln, Pascal'sches Dreieck

1. Berechne mittels binomischer Formel:

a) $x^2 + 2xy + y^2$

c) $4x^2 + 4x + 1$

e) $m^2 + m + \frac{1}{4}$

b) $x^2 + 6x + 9$

d) $9a^2b^2 + 12ab + 4$

f) $x^4y^6 + 4x^3y^3 + 4x^2$

2. Berechne mittels binomischer Formel:

a) $x^2 + 2xy + y^2$

c) $9x^2 - 12xy + 4y^2$

e) $\frac{9}{4}a^2 - \frac{3}{2}a + \frac{1}{4}$

b) $x^2 - 6x + 9$

d) $4a^2b^2 - 12a^2b + 9a^2$

f) $m^4n^4 - 2m^3n^3 + m^2n^2$

3. Berechne mittels binomischer Formel:

a) $4x^2 + 32x + 64$

c) $9a^2b^2 - 12a^2b + 4a^2$

e) $16m^2 + 80m + 100$

b) $x^2 - 9y^2$

d) $25x^2 + 10x^3 + x^4$

f) $e^2 - 25f^2$

4. Weshalb ist $(a+b)^2$ nicht das gleiche wie a^2+b^2 ? Was muss erfüllt sein, damit Gleichheit gilt? Begründe und mache Beispiele!

Antwort: Bei $(a+b)^2$ gibt es neben a^2 und b^2 noch den sogenannten Mischterm $2ab$. Um die Bedingung für die Gleichheit zu finden, werden die beiden Terme gleich gesetzt und vereinfacht:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + b^2 \\ a^2 + 2ab + b^2 &= a^2 + b^2 & | \quad -a^2 - b^2 \\ 2ab &= 0 & | \quad : 2 \\ ab &= 0\end{aligned}$$

Gleichheit gilt also nur, wenn a oder b gleich Null ist (oder beide).

5. Berechne mittels binomischer Formel:

a) $x^2 - y^2$	b) $4x^2 - \frac{1}{25}y^2$
c) $25t^2 - 9s^2$	d) $x^4 - \frac{1}{100}y^4$
e) $9m^4 - \frac{4}{49}n^6$	f) $121g^2h^2k^2 - 1$
g) $m^4n^4 - 2m^3n^3 + 4m^2n^2$	h) $1 - a^2b^2c^2$
i) $25a^2 - 5a + \frac{1}{4}$	j) $x^2 - 4xy^2 + 4y^4$

6. Berechne und vereinfache die folgenden Terme:

a) $8xy$
b) $-10a - 50$
c) $2c^2 + 6ac$
d) $2n^2 - 8mn$
e) $-24a$

7. -

8. Überprüfe die Richtigkeit der folgenden Gleichungen:

a) richtig
b) richtig
c) richtig

9. Berechne und vereinfache die folgenden Terme:

- a) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 6xz + 12yz$
- b) $4x^2 + y^2 + 9z^2 - 4xy - 12xz + 6yz$
- c) $a^2b^2 + a^2 + 9b^2 + 2a^2b + 6ab^2 + 6ab$
- d) $16a^2b^2 + 4a^2 + 9b^2 - 16a^2b - 24ab^2 + 12ab$
- e) $4s^2 + 12.25t^2 + 2.25u^2 + 14st - 6su - 10.5tu$
- f) $25t^2 + 9x^2 + 4 + 30st - 12s - 20t$

10. Berechne und vereinfache die folgenden Terme:

- a) $\frac{1}{4}x^2 + 4y^2 + \frac{4}{9} - 2xy + \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}y$
- b) $\frac{4}{9}x^2 + \frac{1}{4}y^2 + \frac{9}{16}z^2 + \frac{2}{3}xy + xz + \frac{3}{4}yz$
- c) $\frac{25}{4}a^4 - 10a^3 - a^2 + 4a + 1$
- d) $a^6 - a^5 + \frac{1}{4}a^4 + 2a^3 - a^2 + 1$
- e) $\frac{4}{9}a^2 + 9b^2 + \frac{1}{4}c^2 + 4ab - \frac{2}{3}ac - 3bc$
- f) $\frac{1}{4}x^2 + y^2 + \frac{4}{9} - xy - \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}y$

11. Berechne die folgenden Terme mit Hilfe des Pascal-Dreiecks:

- a) $x^7 + 7x^6y + 21x^5y^2 + 35x^4y^3 + 35x^3y^4 + 21x^2y^5 + 7xy^6 + y^7$
- b) $16x^4 + 96x^3y + 216x^2y^2 + 216xy^3 + 81y^4$
- c) $243a^5 - 405a^4 + 270a^3 - 90a^2 + 15a - 1$
- d) $81x^4 + 216x^3 + 216x^2 + 96x + 16$
- e) $256x^4y^4 + 256x^3y^3 + 96x^2y^2 + 16xy + 1$
- f) $a^5 - 15a^4b + 90a^3b^2 - 270a^2b^3 + 405ab^4 - 243b^5$
- g) $64x^6 - 192x^5y + 240x^4y^2 - 160x^3y^3 + 60x^2y^4 - 12xy^5 + y^6$
- h) $a^8 - 8a^7 + 28a^6 - 56a^5 + 70a^4 - 56a^3 + 28a^2 - 8a + 1$

12. Berechne die folgenden Terme mit Hilfe des Pascal-Dreiecks:

- a) $125s^3 + 150s^2t + 60st^2 + 8t^3$
- b) $-m^5 - 10m^4 - 40m^3 - 80m^2 - 80m - 32 = -(m^5 + 10m^4 + 40m^3 + 80m^2 + 80m + 32)$
- c) $-8a^3 + 36a^2b - 54ab^2 + 27b^3$
- d) $32x^5 + 40x^4 + 20x^3 + 5x^2 + \frac{5}{8}x + \frac{1}{32}$
- e) $\frac{8}{27}a^3 + \frac{2}{3}a^2b + \frac{1}{2}ab^2 + \frac{1}{8}b^3$

Hinweis zu 12b: $(-2 - m)^5 = (-1)^5(2 + m)^5 = -(m + 2)^5$

4 Faktorzerlegungen (Faktorisierung)

4.1 Einfaches Ausklammern

1. Faktorisiere die folgenden Terme:

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------|
| a) $3x(x - 1)$ | b) $13a(a + 1)$ |
| c) $ab^2(ab - 1)$ | d) $5(f - 3fg + 5g)$ |
| e) $2mn(4n + 5)$ | f) $7x(-2x + 3y + 1)$ |
| g) $-x^3(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$ | h) $-s(t + 2)$ |
| i) $-5s(s - 3)$ | j) $-12x^3y^2z(4x + 3yz)$ |
| k) $-2(x - 2)$ | l) $8a(2b + 4c + 3bc)$ |
| m) $10(10a + 1)$ | n) $3x^3y^4(3x^3 + 2y - 4)$ |

2. Faktorisiere die folgenden Terme:

- | | |
|---------------------|-------------------------|
| a) $-6a^2(3a - 5)$ | b) $-9a^2b(5a^2 - 1)$ |
| c) $5p(5q + 4)$ | d) $-11t(4su - 3s - 2)$ |
| e) $2x^2(3x + 4)$ | f) $-a(-b - c + bc)$ |
| g) $e(e + 2)$ | h) $9w(8w^2 - 4w + 5)$ |
| i) $-10a^2(3a - 2)$ | j) $-7x(2x - y)$ |
| k) $4x(y - 4)$ | l) $-21t(3r - 2s)$ |
| m) $-(2a + b)$ | n) $-6(2abc + xyz)$ |
| o) $8w(11w - 10)$ | p) $-67s^2(2s - 1)$ |

4.2 Faktorisierung mittels binomischer Formeln

1. Faktorisiere die folgenden Terme mit Hilfe der drei binomischen Formeln:

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| a) $(x + y)^2$ | b) $(x + 2)^2$ |
| c) $(y + 1)^2$ | d) $(2x + 1)^2$ |
| e) $(ab + c)^2$ | f) $(2x - 3y)(2x + 3y)$ |
| g) $(m - 2n)^2$ | h) $(3ab + 2c)^2$ |
| i) $(10x - 1)(10x + 1)$ | j) $(3x - 1)^2$ |
| k) $(2mn - 3)^2$ | l) $(3xy^2 - 2z)(3xy^2 + 2z)$ |

2. Faktorisiere die folgenden Terme mit Hilfe der drei binomischen Formeln:

- | | |
|--------------------------------|------------------------------------|
| a) $2(x - y)(x + y)$ | b) $2(3a + 1)^2$ |
| c) $2(3a + 1)^2$ | d) $3(2x - 5y)^2$ |
| e) $y(x + 1)^2$ | f) $3(4a - 5b)(4a + 5b)$ |
| g) $-a(10m - 1)(10m + 1)$ | h) $x(10x - 1)^2$ |
| i) $ab(a + bc)^2$ | j) $-a(ab - 3)(ab + 3)$ |
| k) $(x^2 + y^2)(x - y)(x + y)$ | l) $a(t - 1)(t + 1)(t^2 + 1)$ |
| m) $8x^4y + 8x^2y + 2y$ | n) $c(a - 2b)^2$ |
| o) $-a(4a - 5b)(4a + 5b)$ | p) $-x^4z(13xz - 12y)(13xz + 12y)$ |

3. Beweise die folgende Behauptung:

$$2^{46} - 1 = -(1 - 2^{46}) = -(1 - 4)(1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{22}) = 3(1 + 4 + \dots + 4^{22})$$

4. $n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n - 1)(n + 1) = (n - 1)n(n + 1)$

4.3 Faktorisierung mit Zweiklammeransatz

1. $x^2 + px + q$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$p = a + b, \quad q = a \cdot b$$

2. Faktorisiere mittels Zweiklammeransatz:

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| a) $(x + 2)(x + 1)$ | b) $(y + 2)(y + 3)$ |
| c) $(y + 1)(y + 6)$ | d) $(a + 3)(a - 2)$ |
| e) $(m - 3)(m - 8)$ | f) $(s + 1)(s + 12)$ |
| g) $(m + 4)(m - 6)$ | h) $(h + 7)(h - 3)$ |
| i) $(2x + 1)(x + 3)$ | j) $(3a + 2)(a + 3)$ |
| k) $(5x + 2)(2x + 1)$ | l) $(3m - 2)(2m - 5)$ |
| m) $(7a + 3b)(2a + 3b)$ | n) $(6m + 5)(5m + 4)$ |
| o) $(3n + 5)(2n - 7)$ | p) $(7a + b)(3a + 2b)$ |

3. Faktorisiere mittels Zweiklammeransatz:

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| a) $2(x + 2)(x + 1)$ | b) $2(a + b)(a + 2b)$ |
| c) $3(m - 5)(m - 4)$ | d) $a(x + 2)(x + 4)$ |
| e) $2t(s + 1)(s + 5)$ | f) $-(x + 3)(x + 4)$ |
| g) $4(m - 7)(m + 6)$ | h) $5a(n - 15)(n - 2)$ |
| i) $5(x - 1)(x + 2)$ | |

4. Lösung durch Faktorisierung mit Zweiklammer-Ansatz:

$$\begin{aligned}3x^2 + 21x - 180 &= 0 \\x^2 + 7x - 60 &= 0 \\(x + 12)(x - 5) &= 0 \implies \mathbb{L} = \{-12, 5\}\end{aligned}$$

5. Gleichung:

$$(x + 2)(x + 9) = 144$$

Ausrechnen und faktorisieren:

$$\begin{aligned}x^2 + 11x + 18 &= 144 \\x^2 + 11x - 126 &= 0 \\(x + 18)(x - 7) &= 0 \implies \mathbb{L} = \{-18, 7\}\end{aligned}$$

4.4 Faktorisierung durch doppeltes Ausklammern

1. Faktorisiere die folgenden Terme durch doppeltes Ausklammern:

a) $(a + b)(a + 2)$

b) $(m + n)(m + 3)$

c) $(m + 2n)(m + 5)$

d) $(a + b)(c + d)$

e) $(x + 2)(y - 3)$

f) $(3x - y)(2x + 1)$

g) $(11a - b)(2a - 1)$

h) $(3x + 2)(a - 1)$

2. Faktorisiere die folgenden Terme durch doppeltes Ausklammern:

a) $2(x + 2)(y + 3)$

b) $x(x + 2)(x^2 + 1)$

c) $3(3a + 2b)(2c + d)$

d) $2x(3x + 2)(2y + 1)$

e) $-d(3ab - 2ac + bc - 6c^2)$

f) $(a + 1)^2(a - 1)$

3. -

4. -

5 Division

5.1 Vorzeichenregel

5.2 Einfache Divisionen

1. Führe die folgenden Divisionen aus:

- | | |
|-------------|-----------|
| a) 6 | b) -6 |
| c) -6 | d) 6 |
| e) $68a$ | f) 68 |
| g) $-4a^3b$ | h) $-4y$ |
| i) $-4a$ | j) $5x^3$ |

5.3 Division von Summen und Differenzen

5.3.1 Der Dividend ist eine Summe, der Divisor ein Faktor

2. Führe die folgenden Divisionen aus:

- | | |
|-------------------|-----------------------------------|
| a) $3x + 4$ | b) $8b - 4$ |
| c) $2x^2y + 3$ | d) $-3(a - 3b)$ |
| e) $5x^2 + 1$ | f) $3x + 2$ |
| g) $v^2(3v - 2)$ | h) $-5t + 3$ |
| i) $-2x^2(x + 3)$ | j) $\frac{1}{3}x(x^4 - 3x^2 + 4)$ |
| k) $-(2a + 3)$ | l) $5a^2 - 4a + 2$ |

5.3.2 Zähler und Nenner sind Summen oder Differenzen

1. Vereinfache die folgenden Brüche:

- a) 2
- b) $\frac{7}{2}$
- c) $\frac{n+2}{a+b}$
- d) 3
- e) $\frac{x}{2}$
- f) $\frac{x}{y}$

2. Vereinfache die folgenden Brüche:

a) $\frac{a+1}{a+4}$

b) $\frac{x+1}{x}$

c) $\frac{a+b}{a+3}$

d) $\frac{2x+3}{x+2y}$

e) $\frac{x+4}{x(x-2)}$

f) $\frac{x-3}{x(x-1)}$

g) $(x^2+1)(x-1)$

h) $\frac{4x+1}{x+1}$

i) $\frac{a-2}{a+2}$

3. Vereinfache die folgenden Brüche:

a) -1

b) $-\frac{a+2}{a+3}$

c) $\frac{2a+5}{3a+1}$

d) $\frac{a+2}{a+3}$

e) $\frac{mn-t}{c+3}$

f) $\frac{2x+5y}{z^2}$

g) $\frac{x-3}{x}$

h) $\frac{a+3b}{2}$

i) $\frac{2}{2x-5}$

1. Löse mit Hilfe des Divisionsalgorithmus:

a) $x^2 + 2x + 2$

b) $2a^2 + 3a + 4$

c) $x^3 + 2x + 3$

d) $2a^3b + 3a + b$

e) $3a^4 - 2a^3 + 3a + 4$

f) $8x^2 + 3x + 5 + \frac{2}{2x+1}$

g) $27m^2 - 9m + 3$

6 Bruchterme und Gleichungen mit Bruchtermen

6.1 Kürzen von Bruchtermen

1. Vereinfache die folgenden Brüche:

a) $\frac{2}{x+2}$

b) $\frac{8}{3}$

c) $\frac{x+2}{x+3}$

d) $\frac{a}{c}$

e) $\frac{a+1}{a-3}$

f) $\frac{x+3}{x+1}$

g) $\frac{a+b}{x+2}$

h) $\frac{1}{x-1}$

i) $\frac{x+7}{x+1}$

j) $\frac{2a-3}{a+b}$

$$\text{k) } \frac{x^2 + 1}{5x}$$

$$\text{l) } \frac{x - 3}{3}$$

$$\text{m) } \frac{m + 7}{m - 7}$$

$$\text{n) } \frac{2x + 3}{5x}$$

$$\text{o) } \frac{a + 3b}{a + 2b}$$

$$\text{p) } \frac{x - 11}{x - 5}$$

$$\text{q) } \frac{2(7a + 4b)}{3a + b}$$

$$\text{r) } \frac{3(a + 3)}{a - 3}$$

$$\text{s) } \frac{m + 2n}{m - 2n}$$

$$\text{t) } \frac{x - y}{x}$$

$$\text{u) } \frac{x + 5}{x - 4}$$

$$\text{v) } -(x^2 + 9)$$

6.2 Erweitern von Bruchtermen

2. Vereinfache die folgenden Brüche:

$$\text{a) } \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

$$\text{b) } \frac{5}{8} = \frac{25}{40}$$

$$\text{c) } \frac{3x}{2y} = \frac{6x^2}{4xy}$$

$$\text{d) } \frac{2ab}{3c} = \frac{6abd}{9cd}$$

$$\text{e) } \frac{3x}{4} = \frac{9x^5}{12x^4}$$

$$\text{f) } \frac{x^2}{2y^3} = \frac{3x^4y}{6x^2y^4}$$

$$\text{g) } \frac{x+y}{x} = \frac{xy+y^2}{xy} = \frac{y(x+y)}{xy}$$

$$\text{h) } 5x = \frac{25xyz}{5yz}$$

$$\text{i) } \frac{x-2}{y+1} = \frac{(x-2)(y-1)}{y^2-1}$$

6.3 Addition von Bruchtermen

3. Addiere die folgenden Bruchterme:

a) $\frac{6a + b}{15}$

b) $\frac{(2x + 1)(10x - 3)}{4x^2}$

c) $-\frac{2y}{x}$

d) $-\frac{2}{x(x - 1)}$

e) $\frac{4xy}{(x + y)(x - y)}$

f) $\frac{5x^2 + xy - 2y^2}{x(x - 2y)}$

4. Addiere die folgenden Bruchterme:

a) $\frac{3x - 2}{(x + 1)(x - 1)}$

b) $\frac{17}{12(2x + 3y)}$

c) $\frac{x - 2}{(x - 4)^2(x - 3)}$

d) $\frac{4xy}{(a + b)(x - y)}$

5. Addiere die folgenden Bruchterme:

a) $\frac{4 + a^2}{4 - a^2}$

b) $\frac{6}{(x - 2)^2}$

c) 1

d) $\frac{x^2 + y^2}{(x - y)^2(x + y)}$

e) $\frac{-3x^2 + x + 32}{(x + 3)(x - 3)}$

f) $-\frac{7}{4(a - 2b)}$

g) $\frac{6x^3 + 21x^2 + 7x - 41}{(x + 4)(3x - 1)}$

h) $\frac{x^2 - x - 3}{(x + 1)(x - 1)}$

6. Addiere die folgenden Bruchterme:

a) $\frac{a^2 + ab + b^2}{ab(a + b)}$

b) $\frac{2}{x - 1}$

c) $\frac{2a^2(x - m)}{x(a - x)(a + x)}$

d) 2

e) $\frac{x + y}{2}$

f) $-\frac{64x}{(x - 2)^2(x + 2)^2}$

g) $\frac{2x + 3}{(1 - 2x)^2}$

h) $\frac{5a^2 + 2a - 9}{(a + 1)(a + 3)(a - 2)}$

6.4 Multiplikation von Bruchtermen

7. Multipliziere die folgenden Bruchterme:

a) $\frac{3(x+3)}{4}$

b) $\frac{a^3}{35}$

c) $\frac{x+2}{3x^3}$

d) $\frac{a+3}{3(a+7)}$

8. Multipliziere die folgenden Bruchterme:

a) $\frac{3}{2}$

b) $-\frac{3(x+2)}{x+3}$

c) $\frac{2(a-b)^3}{a(a+b)}$

d) $\frac{x(x-y)}{9y}$

9. Multipliziere die folgenden Bruchterme:

a) $a^2 + b^2$

b) $\frac{x^2 + xy + y}{x + y}$

c) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{x^2} + 1$

d) $x^2 - \frac{y^2}{x^2}$

e) $\frac{4y^2}{(x-y)^2(x+y)^2}$

f) $x(x-2)$

g) $\frac{a^2}{4(a-1)}$

h) $\frac{(x+2)^3}{x^3}$

6.5 Division von Bruchtermen

10. Dividiere die folgenden Bruchterme:

a) $x(x - 2)$

b) $\frac{3xy}{z}$

c) $\frac{5a^2}{b}$

d) $\frac{2}{a - b}$

11. Dividiere die folgenden Bruchterme:

a) $\left(\frac{bc}{a}\right)^2$

b) $\frac{x - 3}{x(x + 5)}$

c) $\frac{(x^2 + 1)(x - 1)^2}{5y}$

d) $\frac{(a + 3)(b - 1)}{b}$

e) $\frac{x}{x - y}$

12. Dividiere die folgenden Bruchterme:

a) $-\frac{x + 1}{2}$

b) $\frac{3y(2x - 1)}{2(3x - 2)(3x + 2)(x - y)}$

c) $\frac{1}{x} - \frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{5}(x + 3)(5x - 3)(5x + 3)$

13. -

Doppelbrüche

14. Vereinfache die folgenden Bruchterme so weit als möglich:

a) $\frac{2a + 1}{2b - 1}$

b) $\frac{4(x + 3)}{(x - 4)(x - 1)}$

c) $\frac{2a - 1}{4a}$

d) $\frac{2(x + 1)}{3x^2}$

e) $\frac{(x - 1)(x - y)(x^2 + 1)}{4z}$

f) $\frac{5}{3}a(x - y)$

g) $\frac{5(x - y)}{3a}$

6.6 Kreuzworträtsel

Lösungswort: Euler

6.7 Gleichungen mit Bruchtermen

15. Bestimme die Definitions- und die Lösungsmenge der folgenden Bruchgleichungen.

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{4, 5\}, \quad \mathbb{L} = \{-4\}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}, \quad \mathbb{L} = \{ \}$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad \mathbb{L} = \{\frac{5}{8}\}$

d) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}, \quad \mathbb{L} = \{3\}$

e) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}, \quad \mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

f) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{3}{2}, 1, \frac{3}{2}\}, \quad \mathbb{L} = \{\frac{19}{4}\}$

g) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{4}{3}\}, \quad \mathbb{L} = \{\frac{3}{2}\}$

h) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}, 0\}, \quad \mathbb{L} = \{-\frac{17}{4}\}$

16. Bestimme die Definitions- und die Lösungsmenge der folgenden Bruchgleichungen.

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}, \quad \mathbb{L} = \{12\}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\}, \quad \mathbb{L} = \{-\frac{5}{6}\}$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 3\}, \quad \mathbb{L} = \{\pm i\}$

d) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}, \quad \mathbb{L} = \{\frac{1}{2}\}$

e) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5, 8\}, \quad \mathbb{L} = \{\frac{15}{11}\}$

f) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0, 5\}, \quad \mathbb{L} = \{-\frac{27}{7}\}$

g) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3, \pm 4\}, \quad \mathbb{L} = \{0\}$

h) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}, \quad \mathbb{L} = \{2\}$

17. $\frac{24}{39}$ (alte Version: $\frac{8}{13}$)

18. Die zwei aufeinanderfolgenden Zahlen sind 3 und 4.

19. 6 Stunden

20. $\frac{120}{13}$ Minuten (≈ 9.23 Minuten)

21. ≈ 2.83 Arbeitstage

7 Wurzeln

1. Vereinfache die folgenden Wurzeln:

- a) 15 b) $\sqrt{77}$ c) $10\sqrt{2}$ d) $11\sqrt{2}$
e) $6\sqrt{2}$ f) $5\sqrt{3}$ g) $20\sqrt{2}$ h) $7\sqrt{7}$

2. Rationalisiere die Nenner der folgenden Brüche:

- a) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{5}$
e) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ f) $\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$
g) $-(2 + \sqrt{2})$ h) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
i) $1 + \sqrt{2}$ k) $3 - 2\sqrt{2}$

3. Schreibe die folgenden Wurzeln als Potenzen:

- a) $3^{\frac{1}{2}}$ b) $10^{\frac{1}{2}}$
c) $5^{\frac{1}{3}}$ d) $2^{\frac{1}{10}}$
e) $x^{\frac{1}{4}}$ f) $a^{-\frac{1}{3}}$
g) $x^{\frac{1}{x}}$ h) $2^{-\frac{1}{5}}$
i) $8^{-\frac{1}{2}}$ k) $10^{-\frac{1}{2}}$

4. Schreibe die folgenden Potenzen als Wurzeln und vereinfache so weit als möglich:

- a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{8} = 2$
c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$
e) $\sqrt[10]{10}$ f) $\sqrt[x]{a}$
g) $\sqrt[y]{x^a}$ h) $\frac{1}{\sqrt[c]{a^b}}$

5. Rechengesetz anwenden: $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$

$$\sqrt[1/2]{x} = x^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{x^2}}$$

- i) $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$, $\mathbb{L} = \{10\}$
- j) $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}$, $\mathbb{L} = \{2\}$
- k) $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x \leq 5\}$, $\mathbb{L} = \{-\sqrt{5}\}$
- l) $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 5\}$, $\mathbb{L} = \{2\sqrt{5}\}$
- m) $\mathbb{L} = \{2\}$
- n) $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$, $\mathbb{L} = \{2\sqrt{5}\}$
- o) $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -\frac{5}{3}\}$, $\mathbb{L} = \{10, 18\}$