



## Beschleunigte Bewegungen: Musterlösungen

1. Ein Auto beschleunigt in 10 Sekunden von 0 auf 100 km/h. Berechne die Beschleunigung.

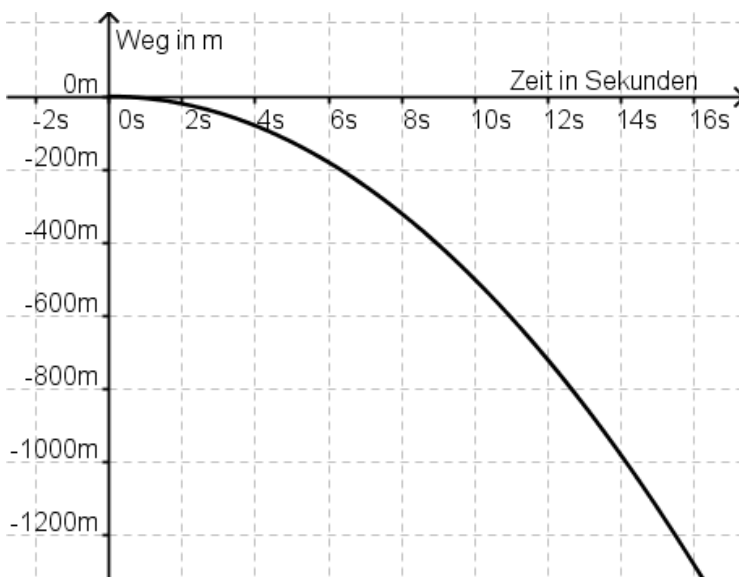
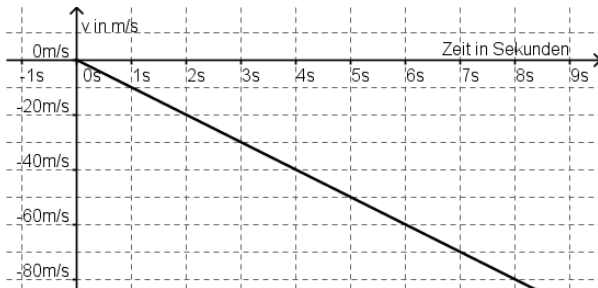
$$100 \text{ km/h} = 27.\bar{7} \text{ m/s}, \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27.\bar{7} \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = \underline{\underline{2.\bar{7} \text{ m/s}^2}}$$

2. Zur Zeit  $t=5 \text{ s}$  bewegt sich ein Gegenstand mit  $5 \text{ m/s}$ . Bei  $t=8 \text{ s}$  beträgt seine Geschwindigkeit  $-1 \text{ m/s}$ . Berechne die Beschleunigung.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-1 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}}{8 \text{ s} - 5 \text{ s}} = \frac{-6 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = \underline{\underline{-2 \text{ m/s}^2}}$$

3. Zeichne das  $v$ - $t$  sowie das  $s$ - $t$  – Diagramm eines Gegenstandes, der sich im freien Fall befindet. Nimm für die Erdbeschleunigung den Näherungswert  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ .

$$v(t) = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \quad s(t) = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$



4. Ein Gegenstand fällt von einem hohen Turm. Der Luftwiderstand wird vernachlässigt. Wie viel Zeit vergeht, bis der Gegenstand eine Geschwindigkeit von 100 km/h hat? Wie weit ist er in dieser Zeit gefallen?

$$v = a \cdot t \Leftrightarrow \frac{v}{a} = t$$

$$-27.7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

$$\frac{-27.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = t \cong \underline{\underline{2.83 \text{ Sekunden}}}$$

$$s(t) = \frac{1}{2} g t^2, s(2.83 \text{ s}) = \frac{1}{2} \cdot (-9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \cdot (2.83 \text{ s})^2 = \underline{\underline{-39.33 \text{ Meter}}}$$

5. Ein Stein wird von einem hohen Turm mit einer Geschwindigkeit von  $v_0=10 \text{ m/s}$  senkrecht nach unten geworfen. Nach 2 Sekunden trifft der Stein auf den Boden. Berechne die Geschwindigkeit des Steins beim Aufschlag sowie die Höhe des Turms.

Da der Körper nach unten fällt, wird die Beschleunigung  $g$  und die Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  mit einem negativen Vorzeichen versehen. Natürlich könnte man auch mit positiven Geschwindigkeiten rechnen. Wichtig ist bloss, dass die Beschleunigung und die Anfangsgeschwindigkeit in diesem Beispiel das gleiche Vorzeichen haben, da beide in die gleiche Richtung zeigen (würde der Gegenstand nach oben geworfen, so müsste  $v_0$  positiv und die Beschleunigung negativ sein).

$$v(t) = a \cdot t + v_0$$

$$v(t) = a \cdot t + v_0 = -9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(2 \text{ s}) = -9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ s} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{-29.62 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

$$s(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$$

$$s(t) = \frac{1}{2} (-9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \cdot t^2 - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$$

$$s(2 \text{ s}) = \frac{1}{2} (-9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \cdot (2 \text{ s})^2 - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = \underline{\underline{-39.62 \text{ Meter}}}$$

6. Ein Gegenstand befindet sich im freien Fall (Luftwiderstand wird wiederum vernachlässigt). Finde eine allgemeine Formel, welche die erreichte Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Fallhöhe berechnet.

Wie gross ist die Geschwindigkeit in km/h bei einem Fall aus 10 Meter Höhe?

Wie gross muss die Höhe sein, damit der Gegenstand die Schallmauer durchbricht? (Die Schallgeschwindigkeit betrage 330 m/s. Nimm für die Erdbeschleunigung den Wert  $g=9.81 \text{ m/s}^2$ .)

Ist sowohl die Anfangsgeschwindigkeit  $v_0 = 0$  als auch die Anfangsstrecke  $s_0 = 0$ , so gilt:

$$v = at \quad \text{und} \quad s = \frac{1}{2}at^2$$

$$v = at \Leftrightarrow t = \frac{v}{a} \quad \text{Das } t \text{ in } s = \frac{1}{2}at^2 \text{ wird durch } t = \frac{v}{a} \text{ ersetzt:}$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{av^2}{2a} = \frac{v^2}{2a}$$

Der Term  $s = \frac{v^2}{2a}$  lässt sich nach  $s$ ,  $v$  und  $a$  auflösen, womit 3 wichtige Formeln entstehen:

$$1. \quad \underline{\underline{s = \frac{v^2}{2a}}} \quad 2. \quad \underline{\underline{a = \frac{v^2}{2s}}} \quad 3. \quad v = \sqrt{2as}$$

Damit haben wir eine Beziehung zwischen der Geschwindigkeit, der Beschleunigung und der zurückgelegten Strecke, worin die Zeit nicht mehr vorkommt. Beachte, dass dies gilt, wenn die Anfangsstrecke und die Anfangsgeschwindigkeit Null sind!

Fall aus 10 Meter Höhe:

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 10\text{m}} = \sqrt{196.2 \text{ m}^2 / \text{s}^2} \cong \underline{\underline{14 \text{ m/s}}}$$

Schallgeschwindigkeit:

$$s = \frac{v^2}{2a} = \frac{(330 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} \cong \underline{\underline{5'550 \text{ m}}}$$

7. Die Bremsbeschleunigung eines Autos beträgt  $5 \text{ m/s}^2$ . Berechne den reinen Bremsweg (ohne Reaktionszeit) für die Geschwindigkeiten 40 km/h, 50 km/h und 70 km/h.

Wie in der vorherigen Aufgabe gilt wieder, dass  $s = \frac{v^2}{2a}$

$$s = \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2 \cdot 5 \text{ m/s}^2} \quad \text{Setzt man für } v \text{ die Geschwindigkeiten } v_1 = 40 \text{ km/h} = 11.1 \bar{1} \text{ m/s,}$$

$v_2 = 50 \text{ km/h} = 13.8 \bar{8} \text{ m/s}$  und  $v_3 = 70 \text{ km/h} = 19.4 \bar{4} \text{ m/s}$  ein, so erhält man:

Bremsweg 1  $\cong 12.35 \text{ Meter}$

Bremsweg 2  $\cong 19.3 \text{ Meter}$

Bremsweg 3  $\cong 37.81 \text{ Meter}$

Beachte: bei 70 km/h ist der Bremsweg etwa drei Mal so lang wie bei 40 km/h! Der Grund ist, dass der Bremsweg vom Quadrat der Geschwindigkeit abhängt. Wird also die Geschwindigkeit verdoppelt, so vervierfacht sich der Bremsweg. Wird die Geschwindigkeit verdreifacht, so wird der Bremsweg neun Mal so lang sein !

8. Weshalb zerspringt ein Glas eher, wenn es auf einen Marmorboden fällt als wenn es auf einen Holzboden fällt?

Die Aufprallgeschwindigkeit ist in beiden Fällen die gleiche. Der Holzboden ist viel elastischer als der Steinboden. Die Beschleunigung, die auf das Glas wirkt, hängt einzig davon ab, wie kurz die Strecke  $s$  ist, auf welcher das Glas abgebremst wird:

$$a = \frac{v^2}{2s}$$

Beim Steinboden ist die Strecke fast Null, womit die Beschleunigung sehr gross wird. Der Holzboden „federt“ ab, die Strecke liegt zwar lediglich im Millimeterbereich, aber beim Steinboden ist dieser Wert noch viel kleiner. Nehmen wir beispielsweise  $s = 1 \text{ mm}$  für den Holzboden und  $s = 0.01 \text{ mm}$  für den Steinboden, so erhält man für einen Fall aus 1 Meter Höhe die Beschleunigungen  $9'810 \text{ m/s}^2$  resp.  $981'000 \text{ m/s}^2$ . Deshalb haben Autos so genannte Knautschzonen. Diese Bereiche der Karosserie werden bei einem Unfall gestaucht. Je länger sie ist, umso länger der Weg, auf welchem das Auto abgebremst wird und umso kleiner wird die Beschleunigung, die auf die Insassen wirkt.

Das gleiche Prinzip wirkt auch bei Helmen. Es geht nicht primär darum, mit einer harten Schale den Kopf zu schützen. Viel wichtiger ist die weiche Innenpolsterung, welche ebenfalls eine Verlängerung der Abbremsstrecke bewirkt und somit die auf den Kopf wirkende Beschleunigung massiv reduziert.

9. Ein Mensch springt aus einem brennenden Haus in ein Sprungtuch der Feuerwehr. Die Sprunghöhe beträgt 10 Meter. Das Sprungtuch bremst den Fall auf einem Weg von 1 Meter ab. Berechne die Beschleunigung, die auftritt. (Ein Mensch kann eine kurzzeitige Beschleunigung von etwa maximal  $10g$  unverletzt überstehen.)

Diese Aufgabe ist im wesentlichen wieder das Gleiche wie bei den beiden vorangehenden Aufgaben. Wir benennen die Sprunghöhe mit  $h=10$  Meter, die Erdbeschleunigung mit  $g$  und die Abbremsstrecke des Sprungtuchs mit  $s=1$  Meter.

Fall aus 10 Meter Höhe:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 10\text{m}} = \sqrt{196.2 \text{ m}^2 / \text{s}^2} \cong 14 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{196.2 \text{ m}^2 / \text{s}^2}{2 \cdot 1 \text{ m}} = \underline{\underline{98.1 \text{ m/s}^2}} = 10g \quad (\text{das } 10\text{-fache der Erdbeschleunigung } g)$$

Dies lässt sich allgemein rechnen:

$$v = \sqrt{2gh} \Leftrightarrow v^2 = 2gh$$

Mit  $v^2 = 2gh$  wird in  $a = \frac{v^2}{2s}$  das  $v^2$  durch  $2gh$  ersetzt:

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{2gh}{2s} = \frac{gh}{s} = g \frac{h}{\underline{\underline{s}}}$$

Die Beschleunigung ist hier das Verhältnis aus Fallhöhe und Bremsstrecke, multipliziert mit der Erdbeschleunigung. Da die Fallhöhe 10 Mal so gross ist wie die Bremsstrecke, ergibt sich eine Beschleunigung von  $10g$ , also das 10-fache der Erdbeschleunigung.

10. Auf der Mondoberfläche beträgt die Fallbeschleunigung  $1.622 \text{ m/s}^2$ . Wie lange dauert ein Fall aus einer Höhe von 10 Meter? Wie gross ist die Aufprallgeschwindigkeit? Würde man das überleben? Wäre man überhaupt verletzt?

Fall aus 10 Meter Höhe:

$$v = \sqrt{2 \cdot g_{\text{Mond}} \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 1.622 \text{ m/s}^2 \cdot 10\text{m}} = \sqrt{32.44 \text{ m}^2 / \text{s}^2} \cong \underline{\underline{5.7 \text{ m/s} = 20.5 \text{ km/h}}}$$

Die entspricht auf der Erde einem Sprung aus etwa 1.65 Meter. Die Folgen hängen primär davon ab, wie man auf den Boden trifft. Mit den Beinen voran lässt sich das unverletzt überstehen ...