

11.4 Überlagerung von geradlinigen Bewegungen

DEFINITIONEN

Bezugssystem: Jede Bewegung muss in Bezug zu seiner Umgebung betrachtet werden. Man nimmt an, die Umgebung ruhe (stehe still) und betrachtet dann die Bewegung eines Körpers relativ zu seiner Umgebung. Diese Umgebung nennt man das **Bezugssystem**. Im Normalfall wählt man die Erdoberfläche als Bezugssystem. Aber die Erde bewegt sich mit 30'000 m/s um die Sonne und diese mit über 200'000 m/s um das Zentrum der Milchstrasse. Von „ruhend“ kann also keine Rede sein!

Inertialsystem: Ein Inertialsystem ist ein System, das sich mit konstanter Geschwindigkeit, d.h. gleichförmig bewegt (oder still steht). Für Bewegungen über kurze Strecken im Vergleich zum Erdradius kann die Erde als Inertialsystem betrachtet werden, für Bewegungen wie Meeresströmungen oder Winde hingegen nicht.

Beispiel: Hans sitzt in einem fahrenden Zug. Er wählt den Zug als sein Bezugssystem (Inertialsystem). Dann hat er in Bezug dazu die Geschwindigkeit 0. Frieda, die den fahrenden Zug von einem Bahnhof aus betrachtet, würde aber behaupten, Hans bewege sich mit einer Geschwindigkeit von 90 km/h (25 m/s) an ihr vorbei, weil sie als ihr Bezugssystem (ebenfalls ein Inertialsystem) die Erdoberfläche nimmt. Von Hans aus gesehen bewegt sich Frieda mit $v = 90$ km/h an ihm vorbei.

Wenn Hans aufsteht und mit 2 m/s in Fahrtrichtung des Zuges spaziert, sagt er: „Ich bewege mich mit 2 m/s“. Frieda hingegen würde sagen: „Hans bewegt sich mit 27 m/s!“

Überlagerung von Bewegungen: Für Frieda überlagern sich die Bewegungen des Zuges (25 m/s) und diejenige von Hans (2 m/s) zur Gesamtgeschwindigkeit 27 m/s.

Im Allgemeinen zeigen die Geschwindigkeiten von Hans und diejenige des Zuges nicht in die genau gleiche Richtung, dann muss man eine **vektorielle Überlagerung** der Geschwindigkeiten vornehmen.

AUFGABEN

- Was für eine Geschwindigkeit hat Hans aus Friedas Sicht, wenn er sich mit 2 m/s senkrecht zur Fahrtrichtung aus dem Abteil bewegt? (25,08 m/s)
- Hubert schwimmt in ruhendem Wasser mit 2 m/s. Nun schwimmt er aber über einen Fluss (Breite 60 m), der mit 1,5 m/s strömt. Er schwimmt (von sich aus gesehen) immer senkrecht zum Ufer.
 - Wie lange braucht Hubert zur Überquerung des Flusses? (30 s)
 - Wie weit unterhalb landet Hubert? (45 m)
 - Wie gross ist Huberts Geschwindigkeit für einen Beobachter, der am Ufer steht? (2,5 m/s)
 - Unter welchem Winkel zum Ufer schwimmt Hubert tatsächlich? (53,13°)
- In welche Richtung muss Hubert schwimmen (Winkel zum Ufer), damit er genau den gegenüberliegenden Punkt des Flusses erreicht? (41,6°)
 - Wie lange hat er dann? (45,36 s)
- Wilder Westen: Ein Indianer steht am offenen Fenster eines Zuges, der mit 20 m/s fährt. Plötzlich erblickt er einen Büffel, der in einer Entfernung von 50 m vom Geleise steht. Er möchte ihn mit einem gezielten Pfeilschuss ($v_{\text{Pfeil}} = 30$ m/s) erlegen. Wann muss er den Pfeil von sich aus gesehen senkrecht zum Zug hinaus abschiessen? (1,67 s; 33,3 m bevor er senkrecht vor dem Büffel steht)
- In welche Richtung müsste er zielen (Winkel zur Zugfahrtrichtung), wenn er den Pfeil in dem Augenblick abschießt, wenn er senkrecht vor dem Büffel steht? – Wie lange fliegt der Pfeil? (48,2°; 2,23 s)
- Kapitän Haddock möchte zum 300 km nördlich gelegenen Reykjavik gelangen. Er lässt deshalb sein Schiff mit $v = 20$ kn (= „Knoten“: 1 kn = 1,85 km/h) während 7 h gerade nach Norden fahren. Dummerweise hat es eine Meeresströmung aus Nordwesten mit $v = 2$ m/s. Wie weit weg von Reykjavik ist er nach 7 h?

11.5 Kraft als Ursache von Bewegungsänderungen – Grundgleichung der Mechanik

Aristoteles (384 – 322 v.Chr.) hat als einer der ersten Denker des Abendlandes zum ersten Mal eine in sich konsistent *scheinende* Begründung gegeben, was die **Ursache von Bewegungen** sei. Diese Überlegungen scheinen alle vernünftig zu sein, d.h. *Sie* würden vielen dieser Aussagen spontan zustimmen (siehe auch unten).

Bei genauerer Betrachtung stellte man jedoch im späten Mittelalter fest, dass viele von Aristoteles Beschreibungen nicht haltbar sind. Es war dann Newton (1642/3 – 1727), der eine konsistente Beschreibung für „Bewegungsphänomene“ lieferte. Das erstaunliche daran ist vielleicht, dass schon Aristoteles' *Frage* „falsch ist“: Man muss nicht nach der „Ursache für Bewegungen“ suchen, sondern nach der **Ursache für Bewegungs-VERÄNDERUNGEN!**

Als physikalische Grösse für *Bewegungsänderungen* eines Körpers bietet sich die **Beschleunigung a** an. Die Ursache dafür kennen Sie aus der zweiten Lektion des Physikunterrichts an der Kanti Hottingen – es ist die **resultierende Kraft F** , die auf einen Körper wirkt. Zu guter Letzt wissen Sie, dass ein schwerer Körper sich schlechter beschleunigen lässt als ein leichter Körper. Kraft und Beschleunigung werden also über die Masse miteinander zusammenhängen.

GRUNDGLEICHUNG DER MECHANIK (IM JAHRE 1686; DB 104 – 107)

Durch die **Gesamtkraft** (resultierende Kraft) F_{res} , die auf einen Körper der **Masse m** wirkt, wird der Körper mit **Beschleunigung a** beschleunigt.

Damit wurde **zum ersten Mal in der Menschheitsgeschichte** eine Ursache mathematisch mit einer **Wirkung** verknüpft! Dieser Zusammenhang gilt (zumindest bei Körpern, die wir im Alltag antreffen) auch heute noch.

NEWTON'SCHE AXIOME

Newton hat noch weitere Grundüberlegungen zu Kräften und ihren Wirkungen aufgeschrieben, die als die **Newton'schen Axiome** in die Geschichte eingingen:

Trägheitsgesetz: Wirkt auf einen Körper keine resultierende Kraft, so verändert der Körper seine Bewegung nicht.

Grundgesetz der Mechanik: Die resultierende Kraft ist proportional zur Geschwindigkeits**veränderung**, d.h. zur Beschleunigung.

Die Richtung der Bewegungsänderung erfolgt in der Richtung, in der die Kraft wirkt.

Wechselwirkungsgesetz: Actio = Reactio: Wirkt ein Körper A auf den Körper B mit der **Kraft $F_{A \rightarrow B}$** , so wirkt vom Körper B auf dem Körper A die **Gegenkraft $F_{B \rightarrow A}$** . Die beiden Kräfte sind betragsmässig gleich und einander entgegengesetzt.

AUFGABEN ZUM GRUNDGESETZ DER MECHANIK

1. a) Ein Auto (1000 kg) startet aus dem Stillstand und legt die ersten 100 m in 10 Sekunden zurück. Welche Kraft war dazu nötig? (2 kN)
 b) Welche Kraft wäre für „Von 0 auf 100 in 10 Sekunden“ notwendig? (2,78 kN)
2. Ein Eisenbahnzug ($m = 500 \text{ t}$) soll auf horizontaler Strasse in $\frac{1}{2} \text{ min.}$ von $v_1 = 4 \text{ m/s}$ auf $v_2 = 28 \text{ m/s}$ gebracht werden. Welche Kraft muss der Zughaken der Lokomotive auf den Zug übertragen (ohne Reibung)? (400 kN)
3. Ein Apfel mit Masse $m = 240 \text{ g}$ hängt an einem Baum.
 a) Welches ist die Gegenkraft zur Gewichtskraft des Apfels?
 b) Wie gross ist diese Kraft? (2,4 N)
 c) Welche Strecke würde die Erde in einem Tag zurücklegen, wenn sie mit dieser Kraft beschleunigt würde? ($m_{\text{Erde}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$) $1,5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ (ca. Atomkerndurchmesser!)
4. Ein Auto mit Masse 1600 kg wird auf einer horizontalen Strasse durch Blockieren aller Räder gebremst. Es fährt mit einer Anfangsgeschwindigkeit von A) 36 km/h und B) 72 km/h.
 a) Wie gross ist die verzögernde Gleitreibung ($f_{\text{gl}} = 0,50$)? (8000 N)
 b) Wie gross ist die Beschleunigung, die Bremszeit und der Bremsweg auf waagrechter Strasse? ($a = 5 \text{ m/s}^2$; $t_A = 2 \text{ s}$, $s_A = 10 \text{ m}$; $t_B = 4 \text{ s}$, $s_B = 40 \text{ m}$)
 c) Wie ändern sich diese Werte am Berg mit 10° Neigungswinkel auf- bzw. abwärts?
 (aufwärts: $F_{\text{res}} = 10'656 \text{ N}$; $a = -6,66 \text{ m/s}^2$; $t_A = 1,50 \text{ s}$, $s_A = 7,5 \text{ m}$; $t_B = 3,0 \text{ s}$, $s_B = 30 \text{ m}$)
 (abwärts: $F_{\text{res}} = 5100 \text{ N}$; $a = -3,19 \text{ m/s}^2$; $t_A = 3,13 \text{ s}$, $s_A = 15,7 \text{ m}$; $t_B = 6,26 \text{ s}$, $s_B = 62,7 \text{ m}$)
5. Auf einer schiefen Ebene mit 30° Neigung wird ein Karren (10 kg) mit 6,0 m/s nach oben angestossen.
 a) Wie gross ist die Bremsverzögerung, wenn die Reibungszahl $f_{\text{roll}} = 0,30$ ist? ($a = -7,5 \text{ m/s}^2$)
 b) Wie weit kommt er? ($s = 2,4 \text{ m}$)
 c) Mit welcher Geschwindigkeit passiert er die Anstossstelle? ($a = 2,4 \text{ m/s}^2 \rightarrow v = 3,4 \text{ m/s}$)
6. Eine Strasse von 5 km Länge überwindet eine Höhendifferenz von 300 m. In allen Fällen gilt ein Reibungskoeffizient von 0,06.
 a) Welche Kraft ist nötig, um einen Wagen von 1500 kg Masse mit konstanter Geschwindigkeit aufwärts zu bewegen? (1,8 kN)
 b) Wie gross muss die Kraft sein, um ihn mit einer Beschleunigung von $0,8 \text{ m/s}^2$ aufwärts oder abwärts fahren zu lassen? (3,0 kN; 1,2 kN)
7. Ein Velofahrer hat zusammen mit seinem Velo eine Masse von 70 kg. Er bewegt sich, ohne zu treten, auf einer Strasse von 5° Neigung mit konstanter Geschwindigkeit abwärts. Der Reibungskoeffizient wird zu 0,05 angenommen. Wie gross ist der Luftwiderstand? (26 N)

11.6 Energieerhaltung

Einige der Aufgaben in den Kapiteln 10.2 und 10.4 hätten Sie schon in der zweiten Klasse lösen können – mit Hilfe der Energieerhaltung. Deshalb soll dieser in der Physik so zentrale Ansatz noch einmal aufgenommen werden:

Energieerhaltung:

Die **totale Energie** E_{total} setzt sich in unseren Fällen aus der Summe der **Lageenergie** E_{pot} , der **Bewegungsenergie** E_{kin} und der **Wärme** Q aufgrund von **Reibungsarbeit** W_R zusammen:

Solange keine resultierende Kraft von aussen auf ein System wirkt, d.h. keine Arbeit am System verrichtet wird, bleibt die innere Energie (= totale Energie) konstant.

Bevor wir diesen Grundsatz auf Beispiele aus den vorangehenden Kapiteln anwenden, wollen wir die Formel für die **Beschleunigungsarbeit** $W_{\text{Beschl}} = \frac{1}{2} m(v_1^2 - v_0^2)$ nachträglich begründen. Dieser Ausdruck lässt sich dann einfach auf die **kinetische Energie** $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} mv^2$ umformen:

Um ein Auto mit Masse m von der Anfangsgeschwindigkeit v_0 auf die Endgeschwindigkeit v_1 zu beschleunigen, muss eine resultierende Kraft auf das Auto wirken.

1. BEISPIEL: SENKRECHTER WURF

Bei senkrechten Würfen spielen nur die Bewegungsenergie und die Lageenergie eine Rolle. Damit können beispielsweise Flughöhen oder Geschwindigkeiten berechnet werden. Sobald in der Aufgabenstellung die Zeit eine Rolle spielt, kann mit einem Energieerhaltungsansatz nicht mehr gerechnet werden. Der Grund dafür ist, dass sich alle zeitlich aufeinander folgenden Zustände energetisch gerade **nicht** unterscheiden sollen! Somit werden zeitliche Aspekte ausgeklammert.

2. BEISPIEL: BREMSWEGE AUF HORIZONTALER EBENE

Solange sich die Höhe nicht ändert, spielen nur die Bewegungsenergie und die Reibungsarbeit (Wärme) eine Rolle: Die anfängliche Bewegungsenergie wird durch die wirkende Reibungskraft „zerrieben“ – in Wärme umgewandelt. Diese entweicht nach kurzer Zeit aus dem System.

3. BEISPIEL: BREMSWEGE AUF SCHIEFEN EBENEN

Wenn ein Auto beim Aufwärtsfahren gebremst wird, erhöht sich während des Bremsmanövers seine Lageenergie, während gleichzeitig beim Bremsen Wärme entsteht: Wir müssen also alle drei Energieformen miteinander berücksichtigen.

AUFGABEN

Diese Aufgaben sind mit **Energieerhaltung** zu lösen!

1. Eine Maschine schießt eine Kugel mit $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$ senkrecht nach oben ab.
 - a) Wie hoch fliegt die Kugel maximal? *(45 m)*
 - b) In welcher Höhe hat sie noch eine Geschwindigkeit von 12 m/s ? *(37,8 m)*

2. a) Ein Auto bremst von 81 km/h mit einer Reibungszahl von $f = 0,9$ bis zum Stillstand. Wie gross ist der Bremsweg? *(28,125 m)*
b) Ein Auto ($v = 90 \text{ km/h}$) rutscht zuerst mit blockierten Bremsen 15 m über den Asphalt ($f_{\text{gl,A}} = 0,8$) und dann auf einer regennassen Wiese ($f_{\text{gl,W}} = 0,5$) bis zum Stillstand. b₁) Wie gross ist die Geschwindigkeit, wenn das Auto auf die Wiese gelangt? b₂) Nach welcher Strecke auf der Wiese kommt das Auto zum Stillstand? *(19,62 m/s; 38,5 m)*

3. Ein Wagen wird am unteren Ende einer Rampe ($\alpha = 36,87^\circ$) mit $v = 6 \text{ m/s}$ abgestossen. Die Rollreibungszahl auf der Rampe betrage $0,15$.
 - a) Wie weit (entlang der Rampe) und wie hoch rollt der Wagen hinauf, bis er still steht? *(2,5 m, 1,5 m)*
 - b) Mit welcher Geschwindigkeit rollt er wieder durch die Abstossstelle hindurch? *(4,90 m/s)*